

## TEOREMA DE BAYES

### Taller de ejercitación

- Una caja contiene 3 bolas azules y 2 rojas mientras que otra caja contiene 2 bolas azules y 5 rojas. Una bola extraída aleatoriamente de una de las cajas resulta azul. ¿cuál es la probabilidad de que haya sido extraída de la primera caja?
- La urna I contiene 2 bolas blancas y 3 negras; la urna II, 4 blancas y 1 negra; y la urna III, 3 blancas y 4 negras. Se selecciona una urna aleatoriamente y una bola extraída aleatoriamente es blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido de la urna I?
- De los 1000 estudiantes que están en una Universidad, 600 son mujeres y 400 son hombres. Además, se sabe por experiencia que el 90% de las mujeres y el 70% de los hombres nacieron en la ciudad sede de la Universidad. Si se escoge un estudiante aleatoriamente, a) ¿cuál es la probabilidad de que dicho estudiante haya nacido en la ciudad sede de la Universidad? B) Si el estudiante seleccionado es nacido en la ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- Los registros de delincuencia urbana muestran que 20% de todos los delitos son violentos y que 80% no lo son, abarcando robo, falsificación, etc. El 90% de los delitos violentos son denunciados contra 70% de los no violentos. A) ¿Cuál es el porcentaje general de denuncias por delitos urbanos? B) Si un delito está ocurriendo y es denunciado a la policía ¿cuál es la probabilidad de que sea violento?
- Una máquina operada por un trabajador produce un artículo defectuoso con probabilidad de 0.01 si el trabajador sigue exactamente las instrucciones de la operación de la máquina. Si no sigue las instrucciones la probabilidad de que sea defectuoso es de 0.03. Si el sigue las instrucciones un 90% del tiempo, ¿qué proporción de todos los artículos producidos por la máquina son defectuosos?
- Suponga que en una ciudad en particular, el aeropuerto A maneja 50% de todo el tráfico aéreo y los aeropuertos B y C manejan 30% y 20% respectivamente. Los porcentajes de detección de armas en los tres aeropuertos son 0.9, 0.8 y 0.85 respectivamente. Si se encuentra un pasajero en uno de los aeropuertos llevando un arma por la puerta de abordar, a) ¿cuál es la probabilidad de que el pasajero esté usando el aeropuerto A? b) ¿cuál es la probabilidad de que esté usando el aeropuerto C?
- Los 4 ayudantes de una gasolinera deben limpiar el parabrisas de los autos de los clientes, Juan atiende el 20% de los autos, y no cumple con 1 de cada 20 autos. Tomás atiende el 60% de los autos y no cumple con 1 de cada 10 autos. Jorge atiende el 15% y no cumple con 1 de cada 10 autos. Pedro atiende el 5% de los autos y no cumple con 1 de cada 20 autos. Si un cliente se queja de que su parabrisas no fue lavado, ¿cuál es la probabilidad de que su auto fuese atendido por Juan?
- En cierta región del país se sabe por experiencia del pasado que la probabilidad de seleccionar un adulto mayor de 40 años de edad con cáncer es de 0.05. Si la probabilidad de un doctor diagnostique de forma correcta que una persona tiene la enfermedad es 0.78 y la probabilidad de que diagnostique de forma incorrecta que una persona sin cáncer como si tuviera la enfermedad es 0.06. a) ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona se le diagnostique cáncer? B) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona a la que se le diagnostica cáncer realmente tenga la enfermedad?
- La policía planea reforzar los límites de velocidad mediante el uso de un sistema de radar en cuatro diferentes puntos dentro de la ciudad. Las trampas de radar en cada uno de los sitios,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  y  $L_4$ , operan 40%, 30%, 20% y 30% del tiempo, y si una persona que maneja a gran velocidad cuando va a su trabajo tiene las probabilidades de 0.2, 0.1, 0.5 y 0.2, respectivamente, de pasar por estos lugares a) ¿cuál es la probabilidad de que reciba una multa por conducir con exceso de velocidad? B) Si la persona es multada por conducir con exceso de velocidad en su camino al trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que pase por el sistema de radar que se ubica en  $L_2$ ?
- En un estudio de casos y de controles comparando pacientes con glaucoma (enfermos) con pacientes sanos mostró los siguientes datos. La proporción de

positivos al examen dado que el paciente era enfermo es de un 75% y la proporción de positivos en el examen dado que el paciente era sano es de 19%. Si se aplica el examen a una población en la que se sabe que el 4% adolece de glaucoma no detectado. a) estime la probabilidad de tener realmente glaucoma de entre los pacientes cuyo resultado del examen dio positivo. b) Calcule la probabilidad de tener realmente glaucoma dado el hecho de ser negativo a la prueba o examen. c) ¿Cuál es la proporción de falsos positivos y de falsos negativos?

un falso positivo? B) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar un falso negativo?

**Respuestas:**

1.- 0.6774 2.- 0.2456 3.- a) 0.82 b) 0.6585 4.- a) 0.74  
b) 0.2432 5.- 0.012 6.- a) 0.5232 b) 0.1976 7.- 0.1142  
8.- a) 0.096 b) 0.4062 9.- a) 0.27 b) 0.1111 10.- a)  
0.1412 b) 0.0127 c) 0.8587 - 0.0127 12.- a) 0.5135  
b) 0.0055

11. Una nueva prueba de diagnóstico de VIH detecta el 90% de la enfermedad en los pacientes que tienen la enfermedad y no la detecta en el 95% de los pacientes que no la poseen. La experiencia establece para una región que el 5% de las personas tienen VIH. A) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar

www.klasesdematematicasymas.com